

TP 9 - La récursivité

Exercice 1 - La factorielle. Écrire une procédure itérative qui calcule $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$. Faire de même avec une procédure récursive.

Exercice 2 - Suite de Fibonacci. Écrire une procédure récursive qui calcule le n -ème terme f_n de la suite de Fibonacci définie par $f_0 = 1$, $f_1 = 1$ et

$$f_{n+2} = f_{n+1} + f_n \text{ si } n \geq 0.$$

Exercice 3 - Exponentiation rapide. Dans cet exercice on cherche à calculer x^a pour $x > 0$ et a entier avec l'algorithme d'exponentiation rapide. Il repose sur l'observation suivante:

$$x^a = \begin{cases} (x^b)^2 & \text{si } a = 2b \text{ est pair,} \\ x \times (x^b)^2 & \text{si } a = 2b + 1 \text{ est impair.} \end{cases}$$

L'algorithme consiste à calculer récursivement x^b , puis à faire les calculs nécessaires pour obtenir x^a suivant la parité de a . Écrire une procédure récursive qui calcule x^a grâce à cet algorithme.

Exercice 4 - Tri par insertion. Le tri par insertion utilise l'algorithme suivant : pour trier un tableau de taille n , on retire le dernier élément *der* du tableau et on trie le sous-tableau de taille $n - 1$ obtenu. Ensuite on insère l'élément *der* à la bonne place dans le sous-tableau trié. Écrire une procédure récursive qui trie un tableau par insertion.

Exercice 5 - Recherche par dichotomie. Le but est de trouver l'indice d'un élément x rapidement dans un tableau trié T de taille n , i.e. l'entier i tel que $T[i] = x$. Pour cela, on compare x à $T[m]$, où $m = \lfloor n/2 \rfloor$. Si $x < T[m]$, on cherche récursivement dans $T[1..m-1]$, et si $x > T[m]$ on cherche récursivement dans $T[m+1..n]$. Écrire une procédure récursive qui effectue cette recherche par dichotomie.

Exercice 6 - Tri fusion. Le tri fusion d'un tableau consiste à le séparer en deux sous-tableaux (environ de même taille), à trier récursivement ces deux sous-tableaux, puis à les fusionner en un unique tableau trié. Écrire une procédure qui effectue le tri fusion d'un tableau.